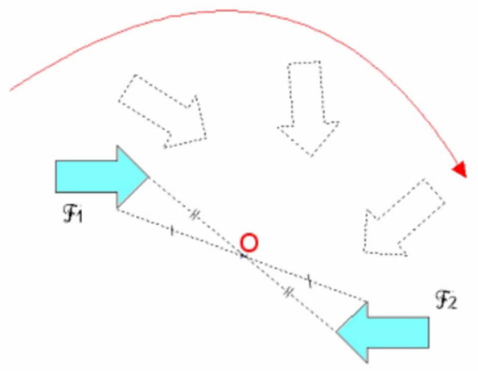
Utiliser le théorème de THALES

Il s'agit de prolonger l'étude commencée en classe de quatrième.

I) L'homothétie :

1) Les transformations du plan que nous connaissons :

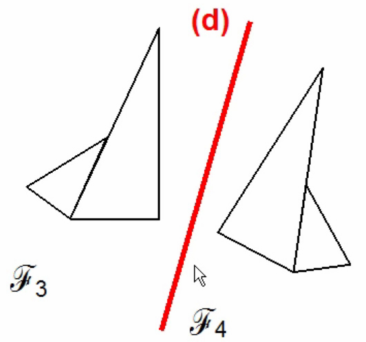


symétrie centrale

$\mathcal{F}_2$ est **l'image** de $\mathcal{F}_1$ **par la symétrie centrale de centre O.**

La **symétrie centrale** de centre O **transforme** $\mathcal{F}_1$ en $\mathcal{F}_2$

(vu en 5ième)



symétrie axiale

$\mathcal{F}_4$ est **l'image** de $\mathcal{F}_3$ **par la symétrie d'axe (d)**.

La **symétrie axiale** d'axe (d) **transforme** $\mathcal{F}_3$ en $\mathcal{F}_4$

(vu en 6ième)

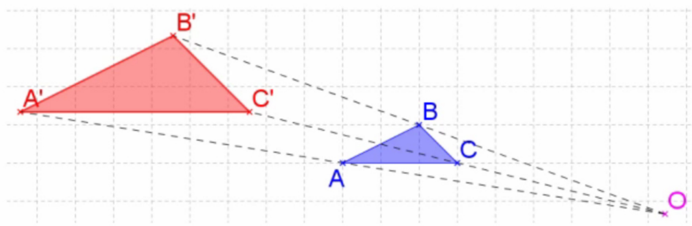
Nous allons voir une nouvelle transformation du plan : l'homothétie[1].
Le but de ce paragraphe est de comprendre l'effet que peut avoir une homothétie sur une figure géométrique.

2) Définition : une **homothétie** est une transformation du plan qui **permet d'agrandir ou de réduire une figure**.

Pour la définir, on choisit :

- un point : appelé le centre de l'homothétie
- un nombre relatif non nul k : appelé le rapport de l'homothétie

Ex :



A'B'C' est l'image de ABC par l'homothétie de **centre O** et de rapport **2**. Elle correspond à un agrandissement.

Soit un point O, qu'on appellera centre, et un nombre k, qu'on appellera rapport. Si A est un point, l'image de A par l'homothétie de centre O et de rapport k est :

si k est positif :
- le point A' tel que les points A et A' sont alignés avec O, **du même côté par rapport à O** et on a :

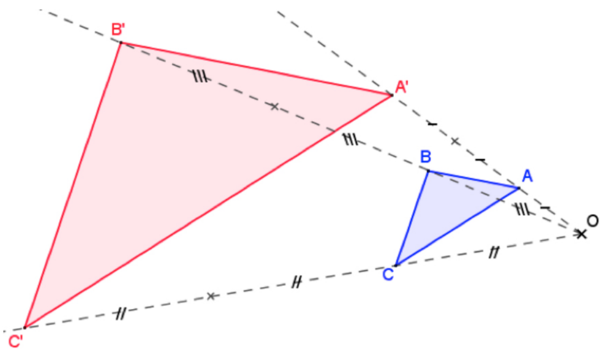
OA' = k × OA

si k est négatif :
- le point A' tel que les point A et A' sont alignés avec O, **de part et d'autre de O** et on a :

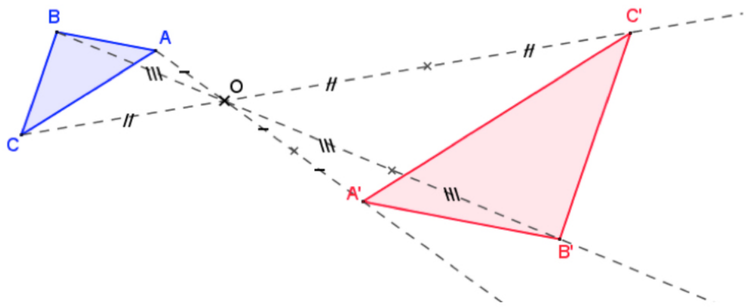
OA' = k × OA

[1] Du grec *homo* qui veut dire semblable et de *thésis* qui veut dire position.

3) **Exemples :**



- A'B'C' est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 3.
- Les distances OA, OB et OC ont été multipliées par 3 pour obtenir OA', OB' et OC'.
- Comme le rapport est positif (3), les points A et A' sont du même côté par rapport à O.



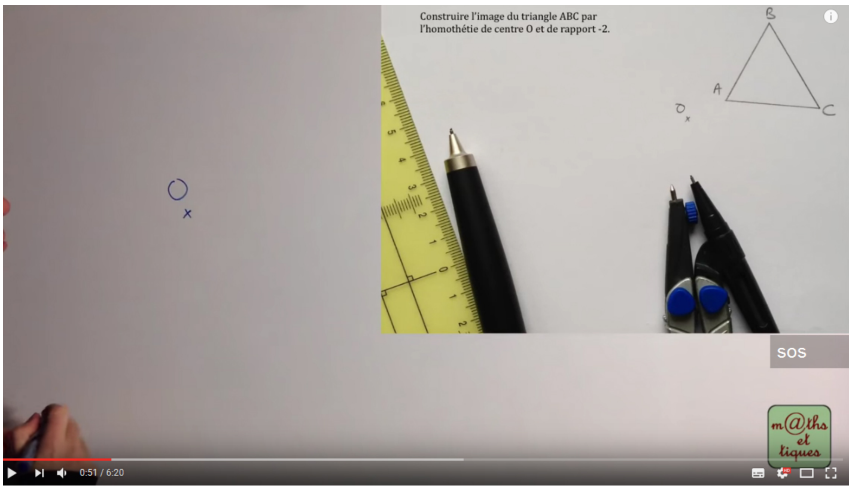
- A'B'C' est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport -2.
- Les distances OA, OB et OC ont été multipliées par 2 pour obtenir OA', OB' et OC'.
- Comme le rapport est négatif (-2), les points A et A' sont de part et d'autre du point O.

Dans ces deux exemples, la figure rouge est un agrandissement de la figure bleue, car les rapports sont soit supérieurs à 1, soit inférieurs à –1.

Dans une homothétie dont le rapport est supérieur à 1 ou inférieur à -1, on obtient un <u>agrandissement</u> de la figure initiale.
Dans une homothétie dont le rapport est compris entre –1 et 1, on obtient une <u>réduction</u> de la figure initiale.
De plus, si le rapport d'une homothétie est exactement égal à –1, cela correspond à une symétrie centrale, vue en 5ème.

4) **Construire l'image d'une figure par une homothétie :**

Observons ensemble cette vidéo.



https://youtu.be/ws4LxlqgK2c

Cas particulier :

Il arrive parfois que le centre de l'homothétie soit un point de la figure elle-même.

II) Le théorème de THALES :